

大直径薄壁导管弯曲回弹解析计算

Analysis on Springback of Big Diameter Thin-Wall Tube Bending Forming

西北工业大学现代设计与集成制造技术教育部重点实验室 张尽染 王永军 王俊彪
西安飞机工业(集团)有限责任公司 李善良

[摘要] 以大直径薄壁导管弯曲成形为研究对象,基于塑性力学全量理论,假设弯管过程中各纤维层只存在单轴应变和应力,并假设弯管过程中管件中性层偏移角和楔形角与弯曲角的函数,进而得到弯管过程应变的计算关系式,而后通过应力应变关系得出应力表达式,通过截面应力积分及微分单元力平衡得出管件弯曲部分与模具的接触正应力及摩擦力,通过边界内力积分计算得出外力,通过弯曲段力平衡及能量平衡计算得出偏移角和楔形角函数表达式中的系数,从而计算得出回弹角,并分析了部分工艺参数对回弹的影响规律。

关键词: 大直径薄壁导管 弯曲 回弹 力学建模

[ABSTRACT] Based on plastic mechanics total strain theory, big diameter thin-walled tube bending forming is researched by assuming that only axial stress and strain in every fiber layer exist during tube bending process. The strain calculation equations of tube bending process are created by assuming the function of neutral layer offset angle and cuneiform angle with the angle coordinate. Then the stresses are gained by the relation of strain and stress, and the contact pressure and friction between die and tube are obtained through the integrating of stress on section and the force equilibrium in differential element. Outside force is calculated through the integrating of inner force on boundary. At last the coefficient of the function of neutral layer offset and cuneiform angle in bending segment are calculated through the force equilibrium equation and energy equilibrium equation. Thereby the springback angle is calculated and the influence law some process parameters to springback is analyzed.

Keywords: Big diameter thin-walled tube Bending forming Springback Mechanics modeling

大直径薄壁导管弯曲零件在汽车、飞机和船舶的液压、燃油、控制以及供氧等系统中的应用越来越多。大

直径薄壁管材弯曲卸载后回弹对零件的几何精度、形状精度的影响与普通导管弯曲回弹不同。普通导管的回弹大多依靠经验公式计算,而大直径薄壁导管与普通导管相比,由于在弯曲过程中易产生楔形角和中性层偏移角,所以其回弹的预测存在更多的不确定性。现阶段大多依靠反复试弯来预测回弹,生产效率低。

H. Z. Li^[1]等通过对薄壁管绕弯回弹进行分析,认为回弹角由弯曲段和过渡段2部分组成,建立了管材绕弯的解析模型,最后利用测量得到的弯矩来计算回弹角。H. A. Al-Qureshi^[2]以平面应变为假设,根据梁弯曲理论对管材弯曲进行了弹塑性分析,推导了管材回弹角的计算公式,并分析了外径、壁厚和弹性模量等参数以及橡胶芯棒对回弹的影响。NC. Tang^[3]基于塑性变形理论推导出了管材弯曲过程中的应力、壁厚变化率、管截面收缩率、中性层内移量、管弯曲的预置长度、弯曲力矩以及扁平化极限这7个问题的理论公式,最后与试验结果进行了对比。张立玲^[4]对管材在纯弯曲状态下变形区的应力应变进行了详细的理论分析,并根据回弹前后中性层长度不变的条件,推导出了回弹量的近似计算公式,并分析了影响回弹角的因素。但上述有关回弹的研究均没有针对大直径薄壁导管的弯曲特点,本课题运用解析法,提出了一种大直径薄壁导管弯曲成形回弹的解析方法,将楔形角与中性层偏移角引入到应变场的描述中,分析了部分工艺参数对回弹的影响规律。

1 管材弯曲段力学分析

大直径薄壁导管数控弯曲成形与一般导管弯曲成形的区别就在于导管在成形后,靠近压模处的导管端面与导管的中心轴线不垂直,有一个明显的楔形角。因为在弯曲过程中,导管夹模段被固定住,导管内侧纤维层受压应力而缩短,外侧纤维层受拉应力而伸长,但对于大直径薄壁导管来说,由于外层纤维伸长量过大,而材料无法达到,故为了弥补外层纤维层的伸长不足,防止破裂,在导管的压模段添加助推力来帮助外层纤维层材料的流动,故形成了楔形角。因此在进行回弹理论分

析时,需要考虑这个楔形角及中性层偏移角对应变的影响。

本课题基于以下假设对导管弯曲过程进行解析分析:

- (1) 管材在弯曲力矩作用下,发生弹塑性弯曲;
- (2) 管材体积无变化;
- (3) 不考虑各向异性的影响;
- (4) 材料处于单轴应力应变状态,即 $\sigma = B\epsilon^n$ 。

1.1 应变及应力计算

取弯管弯曲部分的任意截面分析,如图 1 所示。 t 为管壁厚度, R_m 为平均半径, R 为弯曲半径, a 为中性层偏移角,坐标原点 O 取在弯曲模的中心。 R_{out} 为外侧弯曲半径, R_{in} 为内侧弯曲半径, R' 为中性层半径。

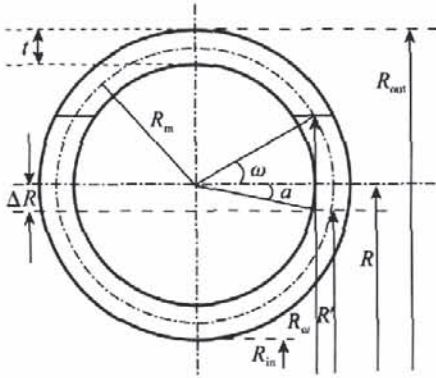


图 1 导管弯曲段截面示意图

Fig.1 Section diagram of bending segment of tube

考虑大直径导管弯曲后产生的楔形角,建立其弯曲后各层纤维长度几何关系,如图 2 所示。 β 表示弯曲后产生的楔形角大小, θ_{max} 为弯曲角, R_ω 是导管截面周向角度为 ω 点的弯曲半径。

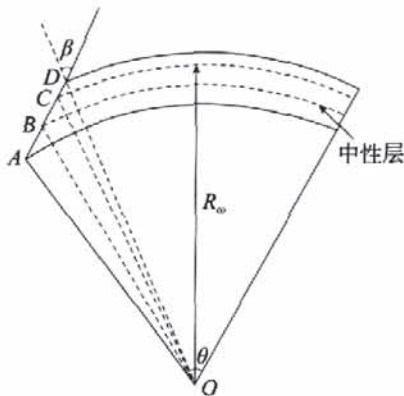


图 2 导管弯曲段各层纤维长度几何关系示意图

Fig.2 Geometric relationship diagram of tube bending segment fiber length

在导管中心周向角为 ω 处,其弯曲半径会随着壁厚由内到外逐渐增大,导管各层弯曲半径表达式为:

$$R_\omega = R + R_m \sin \omega,$$

导管弯曲变形后其最外侧弯曲半径为:

$$R_{out} = R + R_m,$$

中性层的弧长为

$$L_1 = (R - R_m \sin \alpha) \left[\theta_{max} - \arcsin \left(\frac{(R + R_m) \sin \beta}{(R - R_m)} \right) + \arcsin \left(\frac{(R + R_m) \sin \beta}{(R + R_m \sin \alpha)} \right) \right];$$

各层弧长为:

$$L_2 = (R + R_m \sin \omega) \left[\theta_{max} - \arcsin \left(\frac{(R + R_m) \sin \beta}{(R - R_m)} \right) + \arcsin \left(\frac{(R + R_m) \sin \beta}{(R - R_m \sin \omega)} \right) \right];$$

所以,各层的应变为:

$$\epsilon_\theta = \frac{L_2 - L_1}{L_1}.$$

根据假设(4)可知,各层的应力为:

$$\sigma_\theta = B\epsilon_\theta^n.$$

1.2 弯曲段受力分析

在导管的弯曲段,受力状态如图 3 所示。

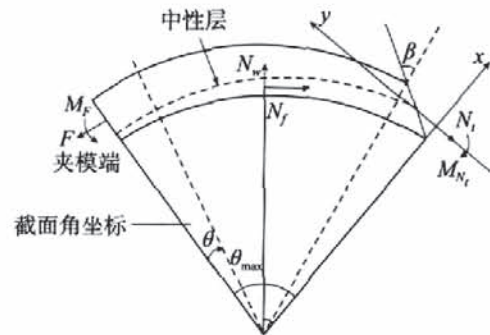


图 3 导管弯曲段受力状态分析

Fig.3 Force analysis of bending segment

图 3 中, β 为楔形角, F 为夹块对导管拉力, N_t 为助推块端面力, N_s 为弯曲模对导管的总支撑力, N_f 为弯曲模对导管的总摩擦力。弯曲角为 θ_{max} ,角坐标 q 顺时针由 0 逐渐增大至 θ_{max} 。

在靠近夹模处的导管截面上, F 是致使导管弯曲的主动力,它的大小比 N_t 要大,所以靠近夹模处的导管截面的中性层偏移量最大,此时的弯曲角度很小,随着弯曲角度的增大,中性层偏移量逐渐减小。所以,假设中性层偏移角 α 与弯曲角 θ 的关系为

$$\alpha=c-a\theta,$$

假设楔形角 β 与弯曲角 θ_{\max} 的关系为

$$\beta=b\theta_{\max},$$

1.3 截面力计算

在导管的某个截面上,其每一层的应力和应变是不同的,为了便于计算任意截面上的外力,本课题将截面划分成为 n 层微分单元,假设每层矩形单元的高度为 dr ,宽度为 l ,每层微分单元上的切向应力是相同的,那么截面力就是各层应力与各层面积乘积的和。截面层数划分示意图如图 4 所示。

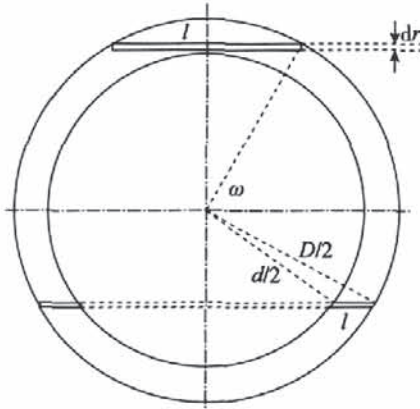


图 4 截面层数划分示意图

Fig.4 Schematic of the section Layers

当 $m(\frac{D}{n}) < t$ 时, $m=1,2, \dots, n$, 为具体某一层的层编号,由弯曲截面的内侧向外侧逐渐增大。

$$l(m) = 2\sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 - \left(\frac{D}{2} - \frac{D}{n}m\right)^2},$$

当 $m(\frac{D}{n}) \geq t$ 时,

$$l(m) = 2\left(\sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 - \left(\frac{D}{2} - \frac{D}{n}m\right)^2} - \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 - \left[\frac{d}{2} - \frac{d}{n}\left(m - \frac{tn}{d}\right)\right]^2}\right).$$

那么每层单元的面积:

$$dA(m) = dr l(m),$$

所以任意截面总的内力为:

$$N_{\theta} = \sum_{m=1}^n \sigma_{\theta}(m) dA(m);$$

故同理可以得到,

$$F = \sum_{m=1}^n \sigma_{\alpha(r)}(m) dA(m);$$

$$N_t = \sum_{m=1}^n \sigma_{\theta(r)}(m) dA(m).$$

2 边界条件分析

在弯曲阶段,假设将弯曲角划分为 k 个微分单元 $d\theta$, $d\theta = \theta_{\max}/k$, 提取一个小微分单元建立如图 5 所示的模型。其中, f 为微分单元上模具与导管间的摩擦力, F_w 为微分单元上弯曲模对导管的支撑力, P_{θ} 为截面应力。

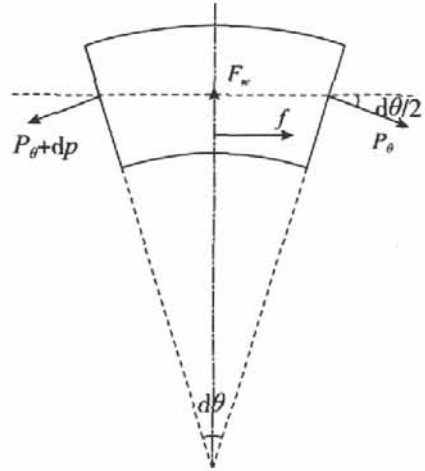


图 5 微分单元力平衡示意图

Fig.5 Schematic of force equilibrium in differential element

$$P_{\theta}(j) = \int B \epsilon^c dA = \int B \left[f \left(\frac{\theta_{\max} j}{k}, m \right) \right]^n dA =$$

$$\sum_{m=1}^n \sigma_{\theta(j)}(m) dA(m),$$

其中, $j=1,2,3, \dots, k$ 。

对于弯曲阶段,模具与型材之间的相对滑动速度近似为零,采用库仑摩擦条件,则 $f = \mu F_w$ 。

对于周向,由力平衡得

$$(P_{\theta} + dp) \cos\left(\frac{d\theta}{2}\right) = P_{\theta} \cos\left(\frac{d\theta}{2}\right) + f;$$

对于径向,由力平衡得

$$F_w = (2P_{\theta} + dp) \sin\left(\frac{d\theta}{2}\right);$$

联立以上 2 式得,

$$f = dp = \mu P_{\theta} d\theta,$$

$$F_w = \frac{f}{\mu} = P_{\theta} d\theta.$$

那么,将弯曲段各截面所受的摩擦力投影到图 3 所示的 x, y 坐标轴,代入以上 2 式得,在 x 方向的投影为

$$N_f(x) = \sum_{j=1}^k f \sin \phi = \sum_{j=1}^k \mu P_{\theta}(j) \frac{\theta_{\max}}{k} \sin \phi,$$

在 y 方向的投影为

$$N_f(y) = \sum_{j=1}^k f \cos \phi = \sum_{j=1}^k \mu P_{\theta}(j) \frac{\theta_{\max}}{k} \cos \phi。$$

弯曲段所受的总支撑力投影到图 3 所示的 x, y 坐标轴, 可得

$$N_w(x) = \sum_{j=1}^k F_w \cos \phi = \sum_{j=1}^k P_{\theta}(j) \frac{\theta_{\max}}{k} \cos \phi,$$

$$N_w(y) = \sum_{j=1}^k F_w \sin \phi = \sum_{j=1}^k P_{\theta}(j) \frac{\theta_{\max}}{k} \sin \phi,$$

其中,

$$\phi = \theta_{\max} \left(1 - \frac{j}{k}\right)。$$

3 平衡方程

如图 2 建立平面直角坐标系所示, 建立导管弯曲力学平衡方程及能量平衡方程。

在 x 轴方向的平衡方程为,

$$F \sin \theta_{\max} = N_f(x) + N_w(x),$$

在 y 轴方向的平衡方程为,

$$F \cos \theta_{\max} + N_w(y) = N_f(y) + N_t,$$

当 a, b 为某一初值, θ 为很小角度时, 任意给定一个拉力 F , 那么根据截面应力公式, 可以求出与之对应的 c 值。然后带入所计算的拉力 F 和 c 值, 不断迭代 a, b 的初值, 直至满足上述力学平衡方程。通过建立能量平衡方程, 可以计算出一个合适的拉力 F 。

本课题的能量平衡方程基于虚功原理建立。

在导管的数控弯曲过程中, 所受外力包括拉力、摩擦力、支撑力、截面力以及弯矩, 在导管弯曲角增加 $d\theta$ 角度的虚位移时, 外力在虚位移上所作的虚功必等于物体内应力在虚变形上所作的虚功。

$$W_F + W_{M_F} - W_f - W_{N_t} - W_{M_{N_t}} = \int_V \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} dV,$$

其中, 夹块拉力做的虚功为

$$W_F = FRd\theta,$$

夹块端弯矩做的虚功为

$$W_{M_F} = M_F d\theta,$$

助推块端截面力做的虚功为

$$W_{N_t} = N_t R d\theta,$$

助推块端截面弯矩做的虚功为

$$W_{M_{N_t}} = M_{N_t} d\theta,$$

弯曲模摩擦力做的虚功为

$$W_f = \sum f ds = \sum_{j=1}^k \mu P_{\theta}(j) \frac{\theta_{\max}}{k} (R - R_m) d\theta,$$

应力应变所消耗的虚功为

$$\int_V \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} dV = \sum_{m=1}^n \sigma_{\theta_{\max}} \varepsilon_{\theta_{\max}} dA(m) (R + R_m \sin \omega) d\theta。$$

4 回弹规律分析

4.1 弯曲角对回弹角的影响

图 6 所示为弯曲角分别为 $10^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ 时的回弹角。解析计算的条件如下: 材料为 20 号钢, 相关参数 $B=745\text{MPa}$, $n=0.2$, $E=205\text{GPa}$, 导管外径 $D=75\text{mm}$, 壁厚 $t=1.5\text{mm}$, 弯曲半径 $R=115\text{mm}$, $d\theta=1^\circ$, 截面分层数为 100。从图中可以看到, 回弹角随着弯曲角的增大而增大。通过与弯曲试验对比可知, 回弹角的实际值与解析值随弯曲角变化的曲线走势大致相符, 但是实际值与解析值之间存在一定的差值。

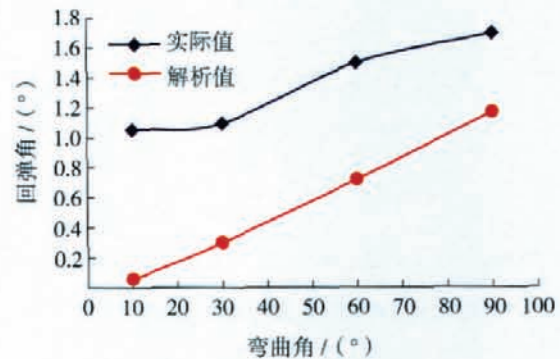


图 6 弯曲角对回弹角影响规律图

Fig.6 Influence curves of bending angle to springback angle

4.2 相对弯曲半径对回弹角的影响

图 7 为相对弯曲半径 (R/D) 分别为 1.5、2.5、4 时的导管弯曲回弹角。其余的计算参数与 4.1 节中相同。从图中可以观察到, 回弹角随相对弯曲半径的增大而增大。

4.3 材料强度系数及硬化指数对回弹角的影响

图 8 和图 9 分别为材料强度系数和硬化指数对导管弯曲回弹角的影响。其中, 在分析材料强度系数对回弹的影响时, 材料硬化指数 $n=0.2$, 在分析材料硬化指数对回弹的影响时, 材料强度系数 $B=745\text{MPa}$, 其他参数与 4.1 节中相同。

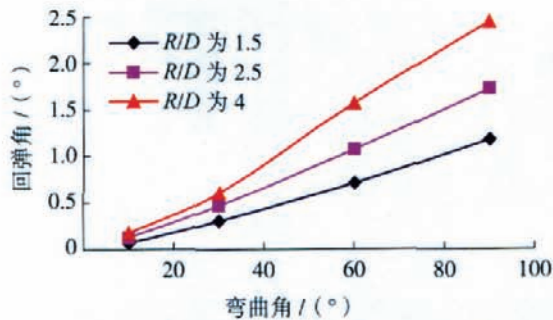


图7 相对弯曲半径对回弹角影响规律图

Fig.7 Influence curves of relative bending radius to springback angle

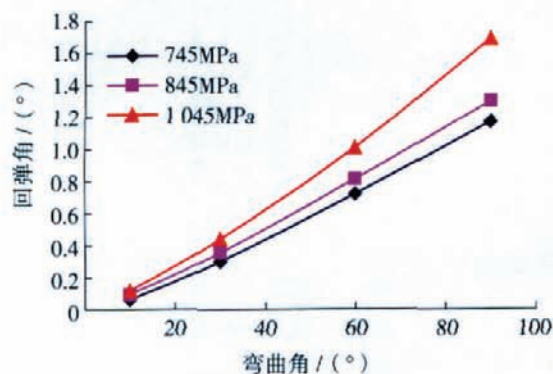


图8 强度系数对回弹角影响规律图

Fig.8 Influence curves of harden coefficient value to springback angle

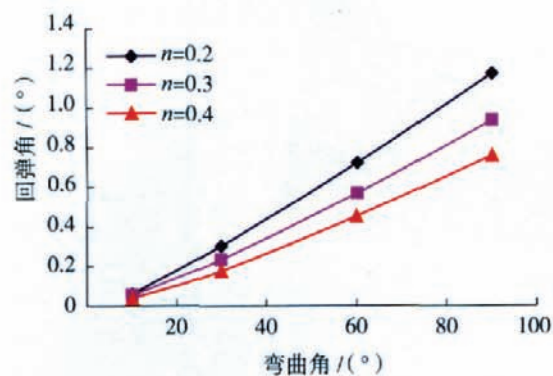


图9 硬化指数对回弹角影响规律图

Fig.9 Influence curves of hardenability value to springback angle

从图8和图9可以观察到,导管的回弹角随材料强度系数的增大而增大。由应力应变关系可知,强度系数越大,应变不变的情况下,材料变形产生的应力越大,卸载产生的回弹应变越大,导管回弹越大;而硬化指数越大,应变不变的情况下,材料变形产生的应力就越小,卸

载产生的回弹应变越小,导管回弹越小。

5 结论

① 在考虑楔形角和中性层偏移角的基础上,对大直径薄壁导管弯曲段建立了力学解析模型。

② 解析计算表明,大直径薄壁导管弯曲回弹随弯曲角、相对弯曲半径以及材料强度系数的增大而增大,随材料硬化指数的增大而减小。

③ 计算结果与试验值比较,规律一致。

参 考 文 献

- [1] Li H Z, Fagerson R, Stelson K A. A method of adaptive control of rotary-draw thin-walled tube bending with springback compensation. *Journal of Material Processing Technology*. 1994 (24) :25-28.
- [2] Al-Qureshi H A. Elastic-plastic analysis of tube bending. *Mashing Tools & Manufacture*,1998: (1) : 151-160.
- [3] Tang N C. Plastic-deformation analysis in tube bending. *Pressure Vessels and Piping*, 2000 (9) : 450-456.
- [4] 张立玲. 管材塑性弯曲回弹量计算. *锻压技术*,2002(3): 37-39.
- [5] 俞汉清,陈金德. 金属塑性成形原理. 北京:机械工业出版社,1999. (责编 淡蓝)

(上接第90页)

的不良影响,首先应该分析工件的特点,确定合理的测量方法,得出残余应力的大小与分布情况;其次,通过试验和经验确定控制和消除残余拉应力的措施。如:在切削时采用预应力加工法和熨平法,同时选择合适的切削条件、刀具参数、工件材料初状态,切削后采用热处理法和喷丸法等方法。如何确定残余应力与工件变形的具体相关关系,是一个需要继续探索的课题,需要通过大量试验积累数据以及借助新的方法。

参 考 文 献

- [1] 周泽华. 金属切削原理. 2nd ed. 上海:上海科学技术出版社,1993.
- [2] 陈日曜. 金属切削原理. 北京:机械工业出版社,1985.
- [3] 胡华南. 已加工表面残余应力的理论预测及控制[D]. 广州:华南理工大学,1993.
- [4] 余伟. 基于残余应力的航空薄壁件加工变形分析[D]. 江苏:南京航空航天大学,2004.
- [5] Halverstadt R D. How to minimize and structural phenomena of high-strength steel surface due to EMD and ball-drop forming. *CIRP*, 1988, 31(1) :531-536.
- [6] 董兆伟. 铝合金整体结构件铣削加工残余应力及变形研究[D]. 北京:北京航空航天大学,2006. (责编 良辰)